«Тригонометрические уравнения»

Подготовка к ЕГЭ. Профильный уровень.

Автор: Астрахарчик Нина Алексеевна
учитель математики
МОУ «Лицей города Троицка»,
г. Москва.

Тип урока: Комплексное применение знаний, умений и навыков.

Цели урока: Подготовить учащихся к решению тригонометрических уравнений, с учетом особенностей заданий ЕГЭ.

Задачи урока:

Систематизация:

- основных понятий тригонометрии.
- базовых формул,
- свойств обратных тригонометрических функций

необходимых для решения тригонометрических уравнений.

Краткий анализ выполнения задания в 2015 году.

Основные проблемы:

- *неумение решать простейшие тригонометрические уравнения;*
- *незнание свойств ограниченности синуса и косинуса;*
- *незнание свойств ограниченности арксинуса и арккосинуса;*
- *неумение отбирать решения.*

Решение основных типов тригонометрических уравнений с акцентом на те места, в которых учащиеся допускают ошибки (выявленные в результате анализа диагностических работ и результатов ЕГЭ предыдущих лет).

Анализ методов, отбора корней тригонометрических уравнений на заданном промежутке, а также выбор оптимального метода в конкретных условиях.

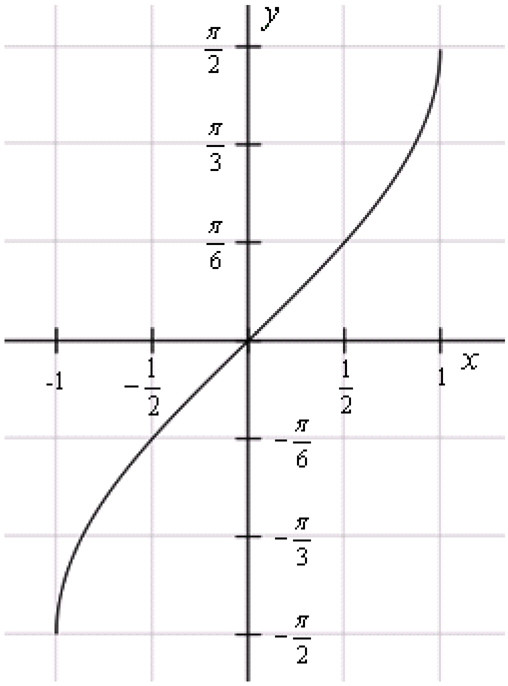
Подготовка к решению задачи с развернутым ответом №15 в задании ЕГЭ по математике.

План урока.

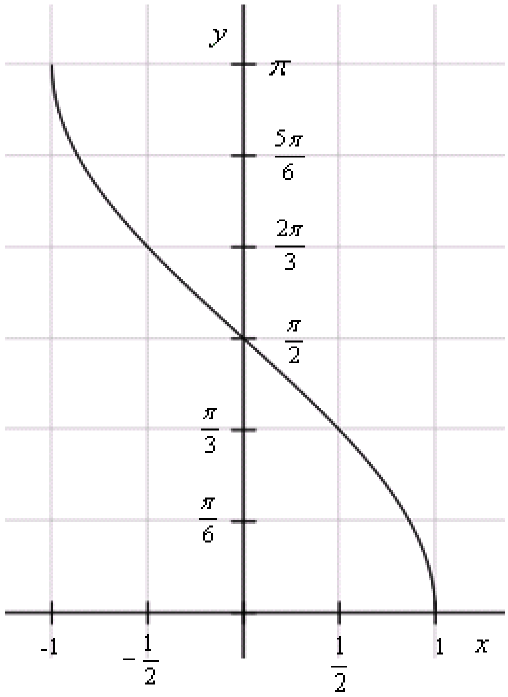
1. Повторение основных тригонометрических формул.

1. $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2. $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$
3. $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$
4. $\mathrm{tg}\,(-\alpha) = -\mathrm{tg}\,\alpha$
5. $\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$
6. $\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$
7. $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
8. $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

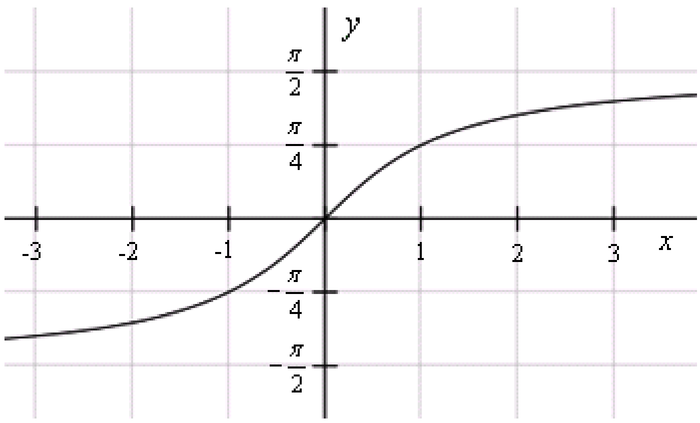
2.Повторение областей определения и значений обратных тригонометрических функций.



$y = \arcsin x$



$y = \arccos x$



$y = \mathrm{arctg}\, x$

3. Повторение формул решения простейших тригонометрических уравнений.

Уравнение sin *x* = *a*

Условия:

1) $|\, a \,| \le 1$

2) при $|\, a \,| > 1$ уравнение $\sin x = a$ не имеет решения среди действительных чисел.

Формула решения уравнения sin $x = a$:

$$x = \arcsin \alpha + 2\pi n$$
$$x = \pi - \arcsin \alpha + 2\pi n$$
где n – любое целое число n ∈ Z.

Уравнение cos $x = a$

Условия:

1) $| a | \le 1$

2) при $| a | > 1$ уравнение sin $x = a$ не имеет решения среди действительных чисел.

Формула решения уравнения cos $x = a$:

$$x = \pm \arccos \alpha + 2\pi k$$
где k – любое целое число k ∈ Z.

Уравнения tg $x = a$ и ctg $x = a$.

Формула решения уравнения tg $x = a$:

$$x = \mathrm{arctg}\, a + \pi k$$
где a – любое действительное число (a ∈ R),
k – любое целое число k ∈ Z.

Формула решения уравнения ctg $x = a$:

$$x = \mathrm{arcctg}\, a + \pi k$$
где a – любое действительное число (a ∈ R),
k – любое целое число k ∈ Z.

4. Решение тригонометрических уравнений

1.. Показательное уравнение, сводящееся к тригонометрическому

а) Решите уравнение $4^{\cos x} + 4^{-\cos x} = \frac{5}{2}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ. а) $\frac{\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, \frac{2\pi}{3} + 2\pi k, -\frac{2\pi}{3} + 2\pi k, k \in Z;$

б) $-\frac{8\pi}{3}; -\frac{7\pi}{3}; -\frac{5\pi}{3}$

2. Показательное уравнение, сводящееся к тригонометрическому.

а) Решите уравнение $\left((0{,}04)^{\sin x}\right)^{\cos x} = 5^{-\sqrt{3}\sin x}$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Ответ. а) $\pi k, \frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{\pi}{6}+2\pi k, k\in Z;$

б) $3\pi; \frac{23\pi}{6}; 4\pi$

3. Применение формул приведения.

а) Решите уравнение $2\sin^2(x+\pi)-\cos(\frac{\pi}{2}-x)=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right]$

Ответ. а) $\pi k, \frac{\pi}{6}+2\pi k, \frac{5\pi}{6}+2\pi k, k\in Z;$

б) $-2\pi; -\frac{11\pi}{6}; -\frac{7\pi}{6}; -\pi$

4. Область допустимых значений переменной.

а) Решите уравнение $4tg^2x-\dfrac{3}{\sin(\frac{3\pi}{2}+x)}+3=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{5\pi}{2};4\pi\right]$

Ответ. а) $\pi+2\pi k, k\in Z;$

б) 3π

5. Метод замены переменной.

а) Решите уравнение $\frac{1}{tg^2x}+\frac{9}{tgx}+8=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right]$

Ответ. а) $-arctg\frac{1}{8}+\pi k, -\frac{\pi}{4}+\pi k, k\in Z;$

б) $-\frac{7\pi}{4}; 2\pi-arctg\frac{1}{8}$

6. Сравнений иррациональных выражений.

а) Решите уравнение $5\sin 2x+5\cos x-8\sin x-4=0$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\frac{3\pi}{2}\right]$

Ответ. а) $-\frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{5\pi}{6}+2\pi k, \arccos\frac{4}{5}+2\pi k, -\arccos\frac{4}{5}+2\pi k, k\in Z;$

б) $-2\pi-\arccos\frac{4}{5}; -\frac{13\pi}{6}; -2\pi+\arccos\frac{4}{5}$

Литература.

1. ЕГЭ 2015. МАТЕМАТИКА.
Типовые экзаменационные материалы под редакцией И.В.Ященко. Издательство «Национальное образование». Москва.2015.
2. http://1cov-edu.ru/mat_analiz/funktsii/obratnie_trigonometricheskie/
3. http://raal100.narod.ru/index/0-306